



ICME 11 Mexico 2008

11th International Congress on Mathematical Education

**El uso de las gráficas bajo una perspectiva instrumental.
Un estudio socioepistemológico**

Eduardo Carlos Briceño Solís

CINVESTAV – IPN (México)

ebriceno@cinvestav.mx

Francisco Cordero Osorio

CINVESTAV – IPN (México)

fcordero@cinvestav.mx

EL USO DE LAS GRAFICAS BAJO UNA PERSPECTIVA INSTRUMENTAL UN ESTUDIO SOCIOEPISTEMOLOGICO¹

Eduardo Carlos Briceño Solís, Francisco Cordero Osorio
CINVESTA-IPN

ebriceno@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx

RESUMEN

Las tecnologías son consideradas como recursos didácticos para el aprendizaje de las matemáticas, por ejemplo conlleva nuevas formas para abordar la enseñanza y aprendizaje del cálculo, pero estas no ha sido del todo suficiente para que tal aprendizaje sea funcional. Tal cuestionamiento ha llevado a la creación de una aproximación instrumental que se preocupa por el uso de tecnológico, el cual el foco de estudio es la construcción de un instrumento por el sujeto el cual ha sido capaz de apropiárselo e integrado en su actividad matemática. Con base a lo anterior la socioepistemología está haciendo un estudio del papel tecnológico con la perspectiva del uso de las gráficas como un concepto, donde se pretende evidenciar precisamente que ese uso de las gráficas norma cierta matemática al usar la tecnología en este caso calculadoras gráficas, de tal manera que favorece la construcción del instrumento y así evidenciar indicadores para mejorar el aprendizaje del calculo asistida por dichas tecnologías.

INTRODUCCIÓN

El hombre a través de la historia ha utilizado herramientas que han mediado su actividad y pensamiento matemático. Actualmente la tecnología es una herramienta indispensable en la actividad humana, por ello se ha incorporado en la clase de matemáticas como recurso didáctico en el proceso de aprendizaje. Se ha observado que ha ejercido una influencia importante en la generación de nuevas formas para abordar dichos procesos en la matemática escolar, pero también se ha encontrado que perjudica al proceso mismo, dependiendo del uso tecnológico (Kutzler, 2003). Es difícil comprender el mundo moderno sin la tecnología, por ello los estudiantes, así como la población en general, requieren de una cultura científica y tecnológica básica que les permita comprender mejor su entorno para relacionarse de manera responsable con él. Como afirma Ong (1999, p.11) citado en Hitt (2003):

Muchas de las características que hemos dado por sentadas en el pensamiento dentro de la ciencia... se originaron debido a los recursos que la tecnología de la escritura pone a disposición de la conciencia humana.

La ciencia y la tecnología están integradas parcialmente al sistema educativo, los alumnos las reconocen como un cuerpo del conocimiento fuera del salón de clases, eventualmente hacen uso de ellas y al hacerlo construyen conocimiento que no forma parte de su enseñanza (Suárez, 2007). Como la tecnología vive separada de la enseñanza de las matemáticas en ciertos sectores curriculares, es un ente externo, que requiere de una intensa negociación para ser incorporada intencionalmente, en los procesos de aprendizaje (Cordero, 2006b). Esta investigación cuestiona estas acepciones y se pregunta por el papel que juega el uso de la tecnología en el conocimiento del matemático de tal manera que considera preguntas como: ¿De qué manera afecta la actividad matemática? ¿De que depende la expertes con el uso tecnológico? ¿Qué tipo matemática refleja el uso tecnológico? Para ello se adopta una aproximación que estudia las cuestiones instrumentales, pretendiendo dar con ello, indicadores del papel que juega la tecnología en el

¹ Esta investigación está financiada por CONACYT con el Proyecto *Estudio de las gráficas de las funciones como prácticas institucionales. Una gestión escolar para el Nivel Superior*. Clave: No. 47045

conocimiento matemático. Consideramos como hipótesis de que las prácticas con el uso de un artefacto², existe algo que hace que se desarrolle un tipo de matemática, algo que norma de tal manera que induciría a la integración del artefacto al estudiante para que construya conocimiento matemático. Por ello se ha estudiado un marco de referencia que estudia la importancia del papel que juega estos artefactos en el conocimiento matemático denominada “*Génesis Instrumental*”. Con todo lo anterior esta propuesta estudia papel de la tecnología (acotándolo al uso de calculadoras graficadoras) como un factor en el conocimiento matemático. Al estudiar el papel tecnológico podemos responder preguntas de tipo ¿De qué manera afecta el conocimiento matemático? ¿Qué tipo de matemática estamos tratando al ser asistidos por instrumentos tecnológicos? A continuación explicamos los marcos teóricos de nuestra investigación así como su conexión y la metodología para comprobar nuestra hipótesis y las conclusiones que pretendemos alcanzar.

LA APROXIMACIÓN INSTRUMENTAL: “LA GÉNESIS INSTRUMENTAL”

La génesis instrumental es una disciplina sensible a las cuestiones instrumentales, estudia como un artefacto se convierte en un instrumento de tal manera que se integra al humano para construir conocimiento matemático (Artigue, 2002). Si bien la ubicación de su problemática tiene que ver con una relación dialéctica *técnica-conceptual*, es decir, el uso del artefacto incrementa tus técnicas y habilidades pero de qué manera afecta la parte conceptual producto de que su uso incide a una economía matemática. Es por ello que surge la creación de dicho marco capaz de responder a tal problemática que permita al estudiante construir conocimiento matemático. La palabra instrumento para la aproximación tiene un sentido más profundo, ya que surge de la construcción por parte del sujeto, es decir, para que esta construcción del artefacto al instrumento suceda, la génesis instrumental se debe de apropiiar de una dualidad producto del artefacto. La primera se dirige del sujeto hacia el artefacto cargándolo progresivamente de potencialidades; se llama a este proceso instrumentalización lo que conlleva a desarrollar esquemas de uso, y la segunda dirección se dirige hacia el sujeto lo que lleva al desarrollo y apropiación de esquemas de acción instrumentada que le permiten entender las potencialidades y restricciones del propio artefacto y que constituyen progresivamente en técnicas que permiten una respuesta efectiva a actividades matemáticas. Esto último es lo que se denomina propiamente instrumentación ver figura D (Trouche, 2004)

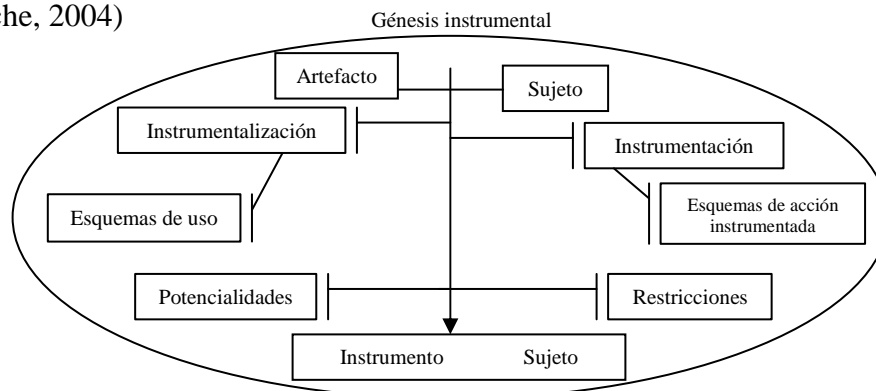


Figura A. Construcción del artefacto al instrumento producto de la Génesis Instrumental.

² Se utiliza el término *artefacto* en un sentido general, en lugar del término *máquina*, ya que esta última incluye ideas de complejidad y de manufactura industrial. Un martillo es un artefacto, un compás es un artefacto, una calculadora y computadoras son artefactos. El término artefacto tendrá el sentido de un objeto material que está disponible para la actividad humana. En el caso que nos ocupa, en este escrito cuando hablamos de artefacto nos referimos a calculadoras gráficas.

En la jerga de la disciplina podemos encontrar ejemplos de investigaciones orientados al estudio de tópicos del cálculo como: Comportamientos al infinito de una función (ver figura A), comportamiento de polinomios al variar sus coeficientes (Figura B) y el estudio de la variación de una función (Figura C).

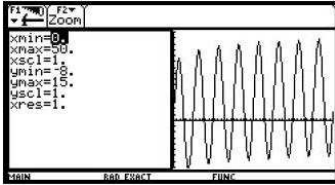


Figura B. Representación gráfica de la función $x \mapsto \ln x + 10 \sin x$ (Guin, D.; Troughè, I; Ruthven, K. 2005a)

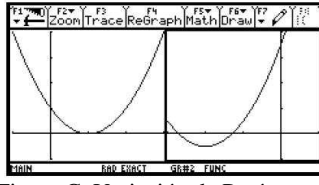


Figura C Variación de Parámetros de $f(x) = ax^2 + bx + c$ (Guin, D.; Troughè, I; Ruthven, K. 2005a)

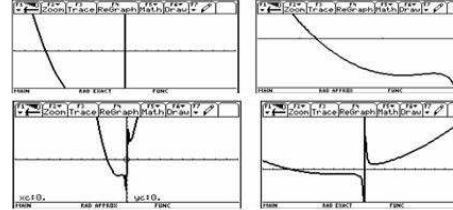


Figura D. Estudio de la variación de la función $f(x) = x(x+7) + 9/x$ (Defouad, 2000)

En tales investigaciones se han encontrado avances en cuanto a los diferentes tipos de esquemas que los alumnos desarrollan al resolver dichas actividades. Los autores reportan que sintomáticamente un alto porcentaje de alumnos responden equivocadamente al usar la calculadora gráficas cosa que no sucede lo mismo al trabajar las mismas actividades a papel y lápiz. Por ejemplo en la figura B los estudiantes responden que la función esta acotada, una razón es que lo asocian a funciones trigonométricas (como acotadas) y por la percepción que observan en la pantalla de sus calculadoras. En la figura C los alumnos empiezan a variar el parámetro c de la parábola y observan su comportamiento. Concluyen erróneamente en ambas ya que conjeturan que $c = 0$ en el cuadro de izquierda y $c < 0$ en el cuadro de derecha. Esquemas mentales más elaborados se encuentran en la figura D, ya que el estudiante manipula las dimensiones de las ventanas para poder tener una mejor apreciación global de la función y poder estudiar su variación.

Con lo datos estudiados anteriormente nuestra propuesta es comprender el papel de la tecnología, en la construcción del conocimiento matemático y a que tipo de organizaciones de la actividad matemática obedece. Es decir, a ¿Qué tipo de matemática se esta tratando? Y más aún ¿De qué tipo de calculo se esta trabajando con el uso tecnológico? Seguramente los estudiantes desarrollan habilidades con el uso tecnológico, más como podemos saber si en realidad construyen conocimiento matemático. Semejantes interpretaciones han permitido cuestionarse sobre la manera en que la tecnología esta afectando al estudiante, comprenderla para encontrar elementos para que la tecnología se integre al estudiante en su actividad matemática.

LA APROXIMACIÓN SOCIOEPISTEMOLÓGICA

La aproximación socioepistemológica estudia el entendimiento de la construcción del conocimiento matemático de acuerdo con lo que organizan los grupos humanos normado por lo institucional y cultural. Se trata de entender tal constitución para hacer que el conocimiento sea funcional, que se integre al humano para transformar al mundo, su naturaleza y por lo tanto a él. Para responder a que tal conocimiento sea funcional debemos hacer estudios sobre uso del conocimiento en situaciones específicas donde se resignifique³ el conocimiento matemático en

³ Para la socioepistemología no establecemos que la resignificación es dar un significado nuevo en un contexto determinado para luego buscar otro que resignifique lo ya significado. Sino es la construcción del conocimiento

cual se debate entre su funcionamiento y forma (Cordero, 2003, 2005, 2006a, 2006b). Para dar evidencia de esta resignificación y dar respuesta a problemáticas de aprendizaje de las matemáticas se apuesta a que un estudio del uso de las gráficas que propone resolver tales demandas y proponer marcos de referencia donde se resignifique dicho conocimiento.

Es esencial el estudiar la actividad humana en su intento por transformar su realidad social o material y a su vez esta actividad humana está *normada* por diferentes prácticas sociales. Para dar respuestas a problemáticas proporcionando una matemática funcional concebimos a la graficación como una práctica social donde se desarrolla estudios a través del “*uso de las gráficas*”⁴ en prácticas institucionales. Siguiendo estos razonamientos, nuestra investigación propone entender cómo un uso de las gráficas es lo que norma cierta categoría matemática, propia del uso de una calculadora gráficas. Esto conlleva que la graficación es lo que norma la construcción del conocimiento matemático, en este caso con el uso de la calculadora gráficas hay un desarrollo un funcionamiento y forma de su uso, lo que lleva a formular epistemologías de prácticas del saber matemático, por eso creemos que pudiera ser un marco teórico de la “*génesis instrumental*”, ya que ayudaría a entender el papel del uso del instrumento en el conocimiento matemático del estudiante.

SOCIOEPISTEMOLOGÍA COMO UNA AMPLIACIÓN DE LA GÉNESIS INSTRUMENTAL

Para lograr una conexión entre ambos marcos teórico consideramos a la graficación como un tipo de modelación cuando usamos tecnología, en este caso calculadoras gráficas ya que es un elemento que soporta el argumento y razonamiento. Para ello se ha tomado la socioepistemología del binomio modelación-graficación⁵ (Suárez, 2007) a través del concepto del uso de las gráficas. Este binomio caracteriza y articula precisamente la modelación y la graficación con el uso tecnológico y donde se resignifica la variación. En esta investigación se manejan conceptos del calculo como creciente decreciente, máximos, mínimos y derivación, donde sin ninguna expresión algebraica se hacen conjeturas a través de la gráfica que los estudiantes van modelando con el movimiento. Debido al empleo del uso de tecnología en tal investigación y tomando un marco como la Génesis Instrumental reportamos la importancia de este uso tecnológico sui generis y de ahí obtener elementos de cómo la tecnología se integra al estudiante para que construya conocimiento matemático. Con esto articulamos la aproximación socioepistemológica a través del uso de las gráficas donde pretendemos evidenciar que tiene una función normativa e integradora al estudiante de tal manera que construya conocimiento matemático. Con estos marcos, la investigación da elementos de estudio de cómo el artefacto se convierte en un instrumento producto de la génesis instrumental, y suponemos de hipótesis que el uso de las gráficas permite esta construcción del instrumento de tal manera que se integra al estudiante.

mismo en la organización del grupo humano y normado por aspectos de carácter institucional y cultural (Buendía y Cordero, 2005).

⁴ La perspectiva socioepistemológica considera el uso de las gráficas como un concepto ya que el “uso” es la función orgánica de la situación que se manifiesta por las “tareas” que componen la situación, y la forma del “uso” serán la clase de esas ‘tareas’. Las tareas pueden ser actividades, acciones, ejecuciones y alternancias de dominios. Cuando la alternancia de tareas sucede se genera una nueva función orgánica que debatirá con las formas de los usos.

⁵ Socioepistemología del binomio modelación graficación: Es una caracterización situacional de actividades donde la modelación escolar esté anclada al uso de las gráficas en un ambiente tecnológico.

METODOLOGÍA

La metodología para comprobar nuestra hipótesis es el análisis cualitativo bajo la perspectiva de los marcos teóricos ya comentados. Dicho análisis se realizara con los datos de la investigación hecha por (Torres, 2004). En la investigación se estudia una situación de modelación del movimiento (S(M-M)) en un ambiente tecnológico⁶ con estudiantes del Nivel Medio Superior de ocho CECyT⁷ de primero, tercero y quinto semestre. Con el propósito de evidenciar que el uso de las gráficas da elementos que permiten la integración del instrumento, y entender el tipo de matemática se ha elaborado una pregunta de investigación ¿Cuál es la génesis instrumental en una situación de modelación del movimiento?

Se enfocará la atención al funcionamiento y forma de las gráficas para crear una categoría de modelación con el uso de esa tecnología, es decir, la “génesis instrumental” se articulará al “uso de las gráficas” por medio de la dualidad instrumentación y instrumentalización donde el cual tendrá un desarrollo de tal manera que se resignifique el conocimiento. De esta manera se pretende encontrar indicadores de una integración tecnológica al estudiante que le permita construir conocimiento matemático.

CONCLUSIONES

Por ello este proyecto de investigación tiene como objetivo entender el papel que juega la tecnología en el conocimiento matemático del estudiante en una situación específica. Para ello realizaremos un estudio del uso de las gráficas, que nos permitirá explicar cierto tipo de matemática. Es decir, será explicar que si alguien desarrolla una práctica con tecnología de modelación graficación entonces lo conlleva a un uso de gráficas, entonces lo interesante es describir esa práctica tecnológica, en donde la génesis instrumental nos da elementos de construcción de un instrumento. En esta práctica, el estudiante hace cosas con el instrumento y que creemos que hay algo externo, que norma y que lo hace pasar por un proceso de instrumentación donde se internaliza y obliga a ser un uso de gráficas de cierto tipo producto de la modelación-graficación en dicha situación.

Desde la perspectiva de investigación que busca la intervención del sistema didáctico, se buscan categorías de conocimiento. La graficación se estudiará como una categoría en donde pretendemos dar indicadores de cómo tiene una función normativa cuando usamos calculadoras gráficas. Lo anterior favorece la construcción del artefacto al instrumento por el estudiante producto de una génesis instrumental y por otra parte encontrar elementos de entender que tipo de matemática se esta trabajando.

⁶ Calculadora gráficas TI-Voyager, Sensores de movimiento (son dispositivos tecnológicos que detectan ondas de movimiento y temperaturas), Transductor-CBL (Es el que procesa la información de onda que envía el sensor y los convierte en números digitales, es decir recibe información mecánica y la convierte en información digital).

⁷ Uno de los dieciséis CECyT del NMS del IPN. Ha sido nombrado desde julio de 2003 como ‘Escuela Modelo en la integración de la tecnología’.

BIBLIOGRAFÍA

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.
- Cordero, F. (2006a). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte Iberoamericano*. Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C., 265-286.
- Cordero, F. (2006b). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20, 1, 59-79. Córdoba, 7-10 de Septiembre de 2005
- Cordero, F., (2005). La institucionalización del conocimiento matemático y el rediseño del discurso matemático escolar [Resumen]. *Resúmenes de la Decimonovena Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Uruguay. p. 30.
- Defouad, B. (2000) *Etude de genese instrumentals liees a l'utilisation d'une calculatrice symbolique en classe de premiere* These de doctorat, Universite Paris 7
- Kutzler, B. (2003). "CAS as pedagogical tools for teaching and learning mathematics", en Fey *et al.* (eds.), *Computer algebra systems in secondary school education*, capítulo 3, pp. 53-71, Reston VA: NCTM.
- Suárez, L. (2007) *Modelación – Graficación, Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico*. Borrador de tesis doctoral en revisión no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN: México
- Suárez, L. y Cordero, F. Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*.(En evaluación).
- Trouche, L. (2004) Managing the Complexity of Human/Machine Interactions in Computerized Learning Environments: Guiding Student's Command Process Through Instrumental Orchestrations, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9/3, 281-307
- Torres, A. (2004). La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología. Tesis no publicada del Programa de Maestría del CICATA-IPN. : México
- Hitt, F. (2003) Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología, *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, No. 2, 2003, pp. 213-224
- Guin, d.; Troughè, I; Ruthven, K. (2005a) The didactical Challenge of Symbolic Calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument. En G Dominique & K Ruthven (Eds), *Une Approche Instrumentale de l'Apprentissage des Mathematiques dans des environnements de calculatrice symbolique* (pp. 188 - 214). Montpellier, francia : Mathematics Education Library Springer.